

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

УДК 532.517.2:534.2

Б. А. Снигерев

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ЭКСТРУЗИИ ПОЛИМЕРНОЙ ЖИДКОСТИ ИЗ СТУПЕНЧАТОЙ ФОРМУЮЩЕЙ НАСАДКИ

Аннотация. Работа посвящена моделированию медленного движения вязкоупругой жидкости со свободной поверхностью, реализующейся при входе полимерной жидкости в формующую насадку и выходе из нее. Движение жидкости описывается уравнениями сохранения массы, импульса и энергии, дополненными реологическим уравнением состояния среды Гиесекуза. На основе метода конечных элементов разработан устойчивый численный алгоритм решения задачи. Проведены численные исследования по определению формы выходной струи для различных режимов течения и формы насадки. Исследована картина распределения скорости жидкости, давления, напряжений и температуры при увеличении степени нагрева стенки насадки. Получены численные результаты зависимости эффекта разбухания полимера от параметров реологической модели и температурных факторов.

Ключевые слова: вязкоупругая жидкость, свободная поверхность.

Abstract. Numerical simulation flow of viscoelastic fluid with free surface, which is realized in entrance and output flow in extrusion die was performed. The flow of liquid is described by equations of conservation of mass, momentum and thermal energy with rheological constitutive equation of Giesekus. On basis of finite element method the stable numerical scheme was developed to solve this problem. Different numerical experiments was performed to define the configuration of outflow jet in various regimes and construction of die. The distribution of flow velocity fields, pressure and temperature are investigated on dependence of heating the walls. The ratio of extrusion in dependence of parameters the rheological model are investigated.

Key words: viscoelastic fluid, free surface.

Введение

Экструзия является одним из основных способов переработки резиновых смесей в изделия. В современных рыночных условиях на промышленных предприятиях резинотехнической, кабельной, шинной промышленности предъявляются высокие требования к качеству изделий, которое определяет во многом себестоимость продукции, а следовательно, ее конкурентоспособность. Одним из факторов, влияющих на качество изделия, является выбор технологических параметров процесса экструзии и их соблюдение. Теоретические и экспериментальные исследования процессов, проходящих в канале формующей головки экструдера при переработке резиновых смесей, в публикациях представлены весьма ограниченно [1, 2]. Для производства резино-

технических изделий высокого качества целесообразно предусмотреть контроль и автоматическое управление процессом экструзии. При разработке автоматических систем управления процессом экструзии на экструзионных машинах необходимо иметь адекватные математические модели, описывающие стационарные и нестационарные режимы ее работы. К настоящему времени число работ, посвященных исследованию гидродинамических процессов в канале формующей головки и экструзии из формующей насадки, незначительно. Работы по исследованию гидродинамических процессов в экструзионных машинах, перерабатывающих резиновые смеси, ограничены экспериментальными исследованиями, проведенными на лабораторных машинах.

1. Математическая постановка задачи

В данной работе рассматривается вытекание вязкоупругой жидкости из цилиндрической ступенчатой щелевой насадки, схема которой представлена на рис. 1 (h обозначает радиус узкого канала выходной части насадки; $4h$ – радиус трубы на входе; $h_1=0,5h$ – длина закругленной части; L – длина выходной части насадки). Рассматривается влияние длины выходной части насадки на степень разбухания полимерной жидкости в процессе экструзии. Выбираются значения L , равные $L=0, 2h, 4h, 10h$. Анализируется также влияние реологических параметров на характер истечения из насадки.

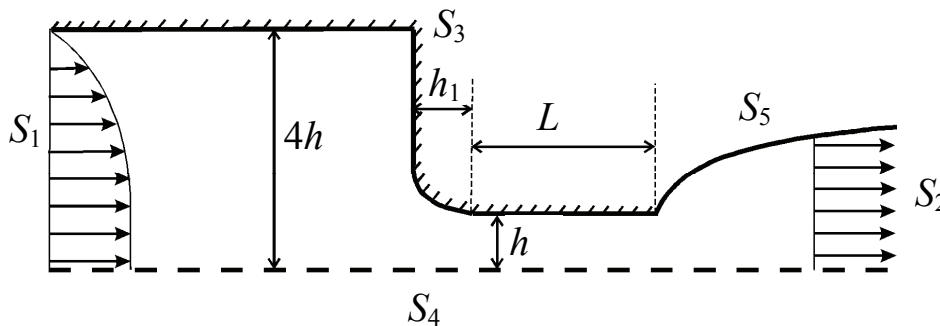


Рис. 1. Схема вытекания вязкоупругой жидкости из ступенчатой цилиндрической насадки

Введем следующие обозначения границ: S_1 – входное сечение; S_2 – выходное сечение струи; S_3 – часть границы, являющейся твердой стенкой; S_4 – граница, являющаяся осью симметрии области; S_5 – часть границы, приходящаяся на свободную поверхность.

Исходной является система уравнений законов сохранения массы, импульса и энергии, для замыкания которой привлекается конститутивное реологическое соотношение Гиесекуза [2, 3]:

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0,$$

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \tau_{ij}^V + 2\eta_N D_{ij}, \quad \frac{\delta \tau_{ij}^V}{\delta t} = \frac{\partial \tau_{ij}^V}{\partial t} + v^k \frac{\partial \tau_{ij}^V}{\partial x^k} - \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \tau_{kj}^V - \tau_{ik}^V \frac{\partial v_k}{\partial x_j}; \\ \tau_{ij}^V + We \frac{\delta \tau_{ij}^V}{\delta t} + \frac{\alpha \lambda}{\eta_V} \tau_{ij}^{V2} &= 2\eta_V D_{ij}; \quad D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right); \\ \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) &= k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} + (\tau_{ik} \cdot D_{kj}), \end{aligned} \quad (1)$$

где v_i – компоненты скорости жидкости; x_i, x_j – координаты ($i, j=1, 2$); t – время; ρ – плотность; P – давление; τ_{ij} – девиатор напряжения; τ_{ij}^V – вязкоупругая часть напряжения; T – температура жидкости; $\eta = \eta_V + \eta_N$; η_V, η_N – динамические вязкости при нулевой скорости сдвига полимера и растворителя соответственно; λ – время релаксации напряжений; k – коэффициент теплопроводности; c_p – удельная теплоемкость полимера при постоянном давлении; α – безразмерный параметр модели Гиесекуза, определяющий вязкоупругие свойства полимерной жидкости.

Для зависимости вязкости и времени релаксации от температуры используется соотношение Аррениуса [1, 2]:

$$\eta(T) = \eta_0 a(T), \quad \lambda(T) = \lambda_0 a(T), \quad a(T) = \exp \left[\frac{E}{R} (1/T - 1/T_0) \right],$$

где индекс 0 означает, что значение параметра берется при температуре T_0 ; E – энергия активации; R – универсальная газовая постоянная.

Граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} S_1: v_2 &= v_2(x_2), \quad \tau_{ij}^V = \tau_{ij}^V(x_2), \quad T = T_0(x_2); \\ S_2: v_2 &= 0, \quad \partial v_1 / \partial x_1 = 0, \quad \partial T / \partial x_1 = 0; \quad S_3: v_i = 0, \quad T = T_2; \\ S_4: v_2 &= 0, \quad \tau_{12}^V = 0, \quad \partial T / \partial x_2 = 0; \quad S_5: dx_i / dt = v_i, \\ n_i \tau_{ij} n_j - (P - P_0) n_i &= (1/\sigma_p) 2K, \quad n_i \tau_{ij} t_i = 0, \quad k \partial T / \partial n = -\alpha_p (T - T_0), \end{aligned}$$

где n_i, t_i – компоненты единичной нормали и касательной к поверхности S_5 ; P_0 – внешнее давление над свободной поверхностью; σ_p – коэффициент поверхностного натяжения; α_p – коэффициент теплоотдачи в окружающую среду; K – кривизна свободной поверхности; T_2 – температура стенок канала; T_1 – температура жидкости на входе; T_0 – температура окружающей среды. Исходная система уравнений (1) преобразуется в безразмерный вид. Для этого в качестве определяющих параметров приняты параметры: U_0 – средняя скорость жидкости на входе; L_0 – характерный размер, равный полуширине канала h ; давление и напряжения отнесены к значению $\rho U_0 / L_0$.

Определяющими являются безразмерные параметры: $Re = \rho U L / \eta$ – число Рейнольдса, $We = \lambda U / L$ – число Вайсенберга; $Pe = \rho c_p U L / k$ – число Пекле, $Bg = \eta U^2 / (T_1 - T_0)$ – число Бринкмана; $Ca = \eta U_0 / \sigma_p$ – число капиллярности; $\beta = \eta_N / \eta$ – параметр ретардации; $Bi = \alpha_p L_0 / k$ – параметр Био.

Аппроксимация уравнений (1) и вычисления проводятся методом конечных элементов (МКЭ) второго порядка на нерегулярных сетках, сгущающихся в зоне истечения полимера из насадки. Для расчетов строилась последовательность сгущающихся сеток 9-узловых четырехугольных элементов (число узлов 5000, 18400). Для расчета напряжения использовались линейные четырехугольные элементы. Местоположение деформируемой свободной поверхности находится из аппроксимации кинематического условия, затем сетка конечных элементов вблизи нее перестраивается для получения решений уравнений (1), с помощью которых находится поле скоростей, давлений, напряжений и температур на новом временном слое. Стационарное положение формы выходящей струи находится методом установления эволюционной задачи с использованием традиционных для уравнений данного класса алгоритмов [4].

2. Результаты исследования

Для изотермического обтекания значения всех параметров рассматриваются при температуре $T_0 = 303$ К. В случае неизотермического обтекания рассматривается истечение полимерной жидкости из насадки с нагретыми стенками, температура которой повышается до $T_2 = 323, 353$ К соответственно. Расчеты проводились при следующих значениях теплофизических свойств полимерной жидкости: $\rho = 924$ кг/м³, $\eta = 10^4$ Па·с, $c_p = 2300$ Дж/(кг·К), $k = 0,26$ Вт/(м·К), $A = 2000$ К, $\sigma_p = 3 \cdot 10^{-2}$ н/м, $\alpha_p = 10^2$ Вт/(м²·К) и $R = 10^{-2}$ м, $H = 10^{-2}$ м, $U_0 = 4 \cdot 10^{-3}$ м/сек. Время релаксации напряжений жидкости изменялось в пределах от $\lambda = 0,1$ до 10 с. Получены следующие значения безразмерных критериев: $Re = 10^{-5}$, $\alpha = 0,33$, $\beta = 0,11$, $Pe = 180$, $Bg = 2 \cdot 10^{-2}$, $Ca = 1,4 \cdot 10^3$, $Bi = 3,8$, а число We изменяется в пределах от 0,1 до 5,0.

На рис. 2 представлена картина течения для насадки с размером выходного канала $L=0$ в виде линий тока (рис. 2,а), изолиний первой разности главных напряжений N_1 (рис. 2,б) и компоненты осевой скорости (рис. 2,в) для изотермической экструзии при $We = 3,0$.

На рис. 2 видно, что, как только полимерная жидкость проходит выходное сечение и попадает в зону свободного течения, давление и напряжения начинают немедленно релаксировать. Процесс релаксации происходит до тех пор, пока накопленная высокоэластичная деформация не уменьшится до значения, соответствующего эластической деформации полимера, находящегося в состоянии стационарного течения. Выделим две основные причины изменения сечения струи:

– перестройка профиля скоростей от параболического, соответствующего течению в канале, к прямоугольному, соответствующему движению струи как сплошного твердого стержня;

– релаксация высокоэластических деформаций растяжения, накопленных в материале струи за время ее прохождения по каналу. Перестройка профиля скорости приводит к возникновению продольных деформаций растяжения или сжатия.

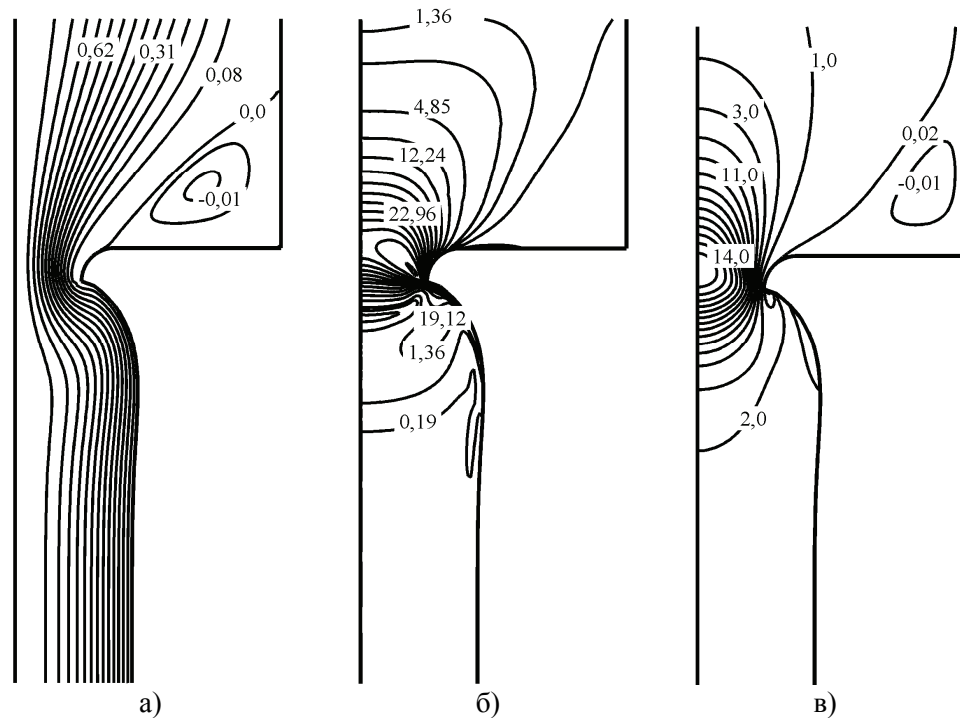


Рис. 2. Линии тока ψ (а), изолинии N_1 (б), изолинии осевой скорости (в) для изотермической экструзии при $We = 3,0$ для насадки с длиной выходной части $L=0$

Из требования выполнения закона сохранения количества движения следует, что струя, выходящая из канала, должна сужаться. Этот эффект известен для низкомолекулярных жидкостей, не проявляющих высокоэластических свойств. Для полимерных систем реализуется упругое разбухание, обусловленное высокоэластическими деформациями. Увеличение диаметра выходной струи характеризуется параметром h_f , равным отношению диаметра выходной струи к диаметру канала и называемым степенью разбухания. На рис. 3 приведена зависимость степени разбухания h_f выходной струи полимерной жидкости от значения параметра We для различных насадок. Формы насадок различаются длиной узкой выходной части L , изменяющейся от 0 до $10h$. Результаты показывают, что степень разбухания h_f струи увеличивается при уменьшении длины выходного участка. Видно, что значения h_f зависят от кинематики предшествующего деформирования – скорости сдвига

и длины выходной части капилляра. Это можно объяснить тем, что экструзионное разбухание при переработке полимеров обусловлено высвобождением упругой энергии, запасенной при предшествующем течении в канале.

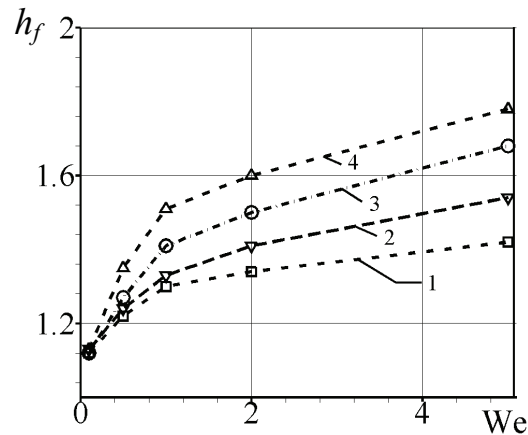


Рис. 3. Степень разбухания выходной струи h_f в зависимости от числа We для различных насадок: 1 – $L=10h$; 2 – $L=4h$; 3 – $L=2h$; 4 – $L=0$

Вязкоупругие жидкости являются средами, обладающими наследственной памятью. Наследственная жидкость «помнит предысторию», т.е. изменение поля скоростей в предшествующие моменты времени. Длительность «памяти» характеризуется временем релаксационных процессов λ , что определяется безразмерным числом Вейсенберга We . Видно, что при увеличении значения числа We степень разбухания увеличивается для всех насадок. На рис. 4 показана зависимость h_f от числа We при неизотермической экструзии для ступенчатой формующей насадки с размером выходной части $L=2h$ в зависимости от температурного напора между стенкой и потоком полимера. Видно, что нагрев стенки на $\Delta T = 30$ К (кривая 3) приводит к уменьшению диаметра выходной струи. Отметим при этом, что для более длинной насадки с ростом числа We и температурного напора наблюдается немонотонный характер увеличения h_f . При небольших числах We ($We < 1$) происходит уменьшение степени разбухания.

Заключение

Приведенные результаты расчетов процесса экструзии вязкоупругой жидкости из ступенчатых формующих насадок с разной длиной выходной части показали, что степень разбухания выходной струи увеличивается для коротких насадок. Полученные результаты подтверждают вывод о том, что одним из факторов, влияющих на степень разбухания, для наследственных вязкоупругих сред является время релаксации напряжений. Неизотермичность потока полимерной массы, определяющаяся разностью температур стенки и основного потока, приводит к уменьшению диаметра выходной струи. Выявлено, что при увеличении температурного напора наблюдается уменьшение диаметра выходной струи с ростом числа We на начальном этапе.

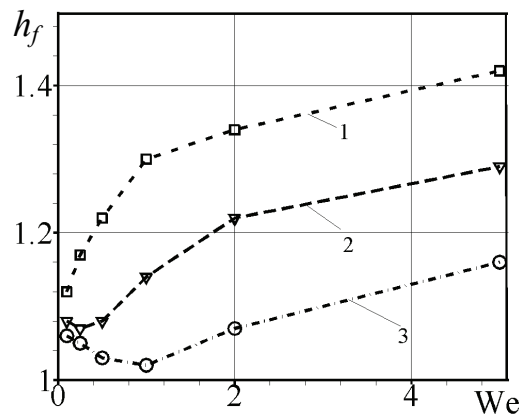


Рис. 4. Степень разбухания выходной струи для неизотермической экструзии в зависимости от числа We для насадки $L=0$ при увеличении температуры стенки S_3 : 1 – $\Delta T=0$ К; 2 – 15 К; 3– 30 К

Данный характер немонотонного поведения степени разбухания свидетельствует о том, что температурная аномалия вязкости оказывает существенное влияние на форму выходящей струи.

Список литературы

1. **Торнер, Р. В.** Теоретические основы переработки полимеров / Р. В. Торнер. – М.: Химия, 1977. – 467 с.
2. **Раувендаль, К.** Экструзия полимеров / К. Раувендаль. – СПб.: Профессия, 2008. – 768 с.
3. **Giesekus, H.** A simple constitutive equation for polymeric liquids based on the concept of deformation dependent tensorial mobility / H. Giesekus // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 1982. – V. 11. – P. 69–109.
4. **Снигерев, Б. А.** Течение упруговязкой жидкости со свободной поверхностью / Б. А. Снигерев, Ф. Х. Тазюков, А. Г. Кутузов, Амер аль Раваш // Вестник Казанского технологического университета. – 2007. – № 1. – С. 85–93.

Снигерев Борис Александрович
кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Учреждение Российской академии наук «Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН»

E-mail: Snigerev@mail.knc.ru

Snigerev Boris Alexandrovich
Candidate of engineering sciences, senior staff scientist, Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Science

УДК 532.517.2:534.2

Снигерев, Б. А.

Математическое моделирование неизотермической экструзии полимерной жидкости из ступенчатой формирующей насадки / Б. А. Снигерев // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2011. – № 1 (17). – С. 196–202.